

## CHAPITRE 3 LES PUISSANCES ET LES EXPOSANTS

### 3.1 INTRODUCTION AUX PUISSANCES P. 92 ex. 1

1. Soit l'expression  $4 \cdot 4 \cdot 4$ , quel nombre est multiplié trois fois par lui-même ?

Puisque 4 est multiplié trois fois par lui-même, on peut écrire :  $4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^3$

→  $4 \cdot 4 \cdot 4$  est **la notation développée / multiplication répétée** de  $4^3$

→  $4^3$  est **la forme exponentielle** de  $4 \cdot 4 \cdot 4$ .

Bien noter la façon que l'on écrit  $4^3$ . La taille du chiffre 3 est plus petite que celle de 4 ; le chiffre 3 est écrit sur une ligne plus haute que celle de 4. → On prononce « **4 exposant 3** », « **4 au cube** »..

On appelle  $4^3$  une puissance dans laquelle :

4 est **la base** (le nombre qui est multiplié par lui-même) ;

3 est **l'exposant** (le montant de fois que le nombre est multiplié).

On peut déterminer la valeur de la puissance (il est préférable d'effectuer du calcul mental avant d'utiliser un outil technologique).

Puisque  $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$ , on peut dire que  $4^3 = 64$

64 est **la valeur de la puissance**  $4^3$

2. Soit l'expression  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ , combien de fois le nombre 2 est-il multiplié par lui-même ?

Puisque 2 est multiplié cinq fois par lui-même, on peut écrire :  $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$  est **la notation développée (multiplication répétée)** de  $2^5$  (attention à l'écriture)

Donc  $2^5$  est une puissance dans laquelle :

2 est **la base** (le nombre qui est multiplié par lui-même)

5 est **l'exposant** (le montant de fois que le nombre est multiplié)

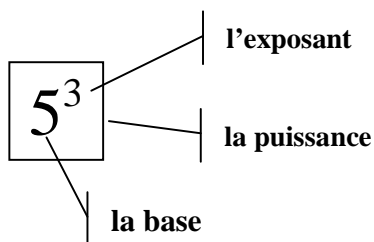
On peut déterminer la valeur de la puissance (il est préférable d'effectuer du calcul mental avant d'utiliser un outil technologique).

Puisque  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$ , on peut dire que  $2^5 = 32$

32 est **la valeur de la puissance**  $2^5$

→ On prononce « **deux à la cinq** », ou « **deux exposant cinq** ».

Il faut bien faire la différence entre la puissance, l'exposant et la base.



Ainsi dans  $2^3$  :

$$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

2 est multiplié par lui-même 3 fois.

la base est 2 ; l'exposant est 3 ; la puissance est  $2^3$

Alors que dans  $3^2$  :

$$3^2 = 3 \cdot 3 = 9$$

3 est multiplié par lui-même 2 fois.

la base est 3 ; l'exposant est 2 ; la puissance est 3

→ On prononce : « **trois au carré** », ou « **trois exposant deux** ».

Pratique l'emploi de la calculatrice avec :  $3^2$ ,  $4^3$ ,  $3^5$ . Emploie la touche  $\boxed{x^2}$ ,  $\boxed{x^3}$ ,  $\boxed{x^y}$  /  $\boxed{y^x}$  /  $\boxed{\wedge}$  /  $\boxed{x^-}$

3. a. Compléter pour  $5^2$       5 est : \_\_\_\_\_  
2 est : \_\_\_\_\_  
 $5^2$  est : \_\_\_\_\_
- b. Compléter pour  $3^4$       3 est : \_\_\_\_\_  
4 est : \_\_\_\_\_  
 $3^4$  est : \_\_\_\_\_
- c. Compléter pour  $6^3$       3 est : \_\_\_\_\_  
6 est : \_\_\_\_\_  
 $6^3$  est : \_\_\_\_\_
4. a. Compléter pour  $2^4$       la puissance est : \_\_\_\_\_  
la base est : \_\_\_\_\_  
l'exposant est : \_\_\_\_\_  
la notation développée est : \_\_\_\_\_  
(la multiplication répétée)  
la valeur de la puissance est : \_\_\_\_\_
- b. Compléter pour  $4^2$       la puissance est : \_\_\_\_\_  
la base est : \_\_\_\_\_  
l'exposant est : \_\_\_\_\_  
la notation développée est : \_\_\_\_\_  
(la multiplication répétée)  
la valeur de la puissance est : \_\_\_\_\_
- c. Compléter pour  $3^5$       la puissance est : \_\_\_\_\_  
la base est : \_\_\_\_\_  
l'exposant est : \_\_\_\_\_  
la notation développée est : \_\_\_\_\_  
(la multiplication répétée)  
la valeur de la puissance est : \_\_\_\_\_

## INTRODUCTION AUX PUISSANCES - Exercices

1. Indiquer la base, l'exposant et la puissance.

a)  $7^4$     7 est : \_\_\_\_\_ 4 est : \_\_\_\_\_  $7^4$  est : \_\_\_\_\_

b)  $5^3$     3 est : \_\_\_\_\_ 5 est : \_\_\_\_\_  $5^3$  est : \_\_\_\_\_

c)  $9^8$      $9^8$  est : \_\_\_\_\_ 8 est : \_\_\_\_\_ 9 est : \_\_\_\_\_

d)  $5^6$     5 est : \_\_\_\_\_ 6 est : \_\_\_\_\_  $5^6$  est : \_\_\_\_\_

e)  $1^2$     2 est : \_\_\_\_\_  $1^2$  est : \_\_\_\_\_ 1 est : \_\_\_\_\_

2. Exprimer ces multiplications répétées i) sous forme de puissance et ii) en déterminer la valeur.

a)  $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$  \_\_\_\_\_

b)  $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$  \_\_\_\_\_

c)  $5 \times 5 \times 5$  \_\_\_\_\_

d)  $4 \times 4 \times 4 \times 4$  \_\_\_\_\_

e)  $11 \times 11$  \_\_\_\_\_

f)  $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$  \_\_\_\_\_

3. Exprimer ces puissances i) en notation développée et ii) en déterminer la valeur.

a)  $4^3$  \_\_\_\_\_

b)  $1^{12}$  \_\_\_\_\_

c)  $10^5$  \_\_\_\_\_

d)  $6^1$  \_\_\_\_\_

e)  $5^4$  \_\_\_\_\_

f)  $3^6$  \_\_\_\_\_

g)  $100^2$  \_\_\_\_\_

4. Compléter ces tableaux.

Puissance	Base	Exposant	Notation développée	Valeur
$4^2$				
			$3 \times 3 \times 3 \times 3$	
	7	1		
			$5 \times 5 \times 5$	
	2	5		
$4^1$				
			$2 \times 2 \times 2 \times 2$	
	1	3		
			$6 \times 6 \times 6$	
	9	2		

5. Trouver l'exposant inconnu.

- a)  $6^{\text{---}} = 36$       b)  $5^{\text{---}} = 5$       c)  $2^{\text{---}} = 16$       d)  $7^{\text{---}} = 49$   
 e)  $2^{\text{---}} = 1024$       f)  $3^{\text{---}} = 81$       g)  $5^{\text{---}} = 125$       h)  $3^{\text{---}} = 27$   
 i)  $9^{\text{---}} = 81$       j)  $4^{\text{---}} = 64$       k)  $7^{\text{---}} = 343$       l)  $2^{\text{---}} = 8$

6. Trouver la base inconnue.

- a)  $\text{---}^2 = 16$       b)  $\text{---}^3 = 27$       c)  $\text{---}^3 = 8$       d)  $\text{---}^2 = 144$   
 e)  $\text{---}^5 = 32$       f)  $\text{---}^2 = 9$       g)  $\text{---}^1 = 12$       h)  $\text{---}^5 = 1$   
 i)  $\text{---}^2 = 36$       j)  $\text{---}^4 = 16$       k)  $\text{---}^3 = 125$       l)  $\text{---}^4 = 81$   
 m)  $\text{---}^1 = 64$       n)  $\text{---}^2 = 64$       o)  $\text{---}^3 = 64$       p)  $\text{---}^6 = 64$

7. Expliquer la différence entre  $6 \times 2$ ,  $2 \times 6$ ,  $6^2$  et  $2^6$

## LES EXPOSANTS SPÉCIAUX – 3.1 exemple 2 p. 94

**L'exposant 2** porte aussi le nom de **carré**.

Toutes les puissances ayant un exposant de 2 forment des carrés. On dit également que le nombre (chiffre) est élevé au carré.

Un nombre au carré peut être représentée avec un carré de longueur du nombre.

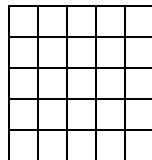
$$\text{L'aire d'un carré} = \text{côté}^2 = c^2$$

Ex.  $5^2$

**5 au carré :**

un carré qui est  $5 \cdot 5$

la valeur est  $25$



Ex.  $3^2$

**3 au carré :**

un carré qui est  $3 \cdot 3$

la valeur est  $9$



**L'exposant 3** porte aussi le nom de **cube**.

Toutes les puissances ayant un exposant de 3 forment des cubes. On dit également que le nombre (chiffre) est élevé au cube.

Un nombre au cube peut être représenté avec un cube de longueur du nombre.

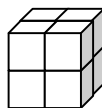
$$\text{La volume d'un cube} = \text{côté}^3 = c^3$$

Ex.  $2^3$

**2 au cube**

un cube qui est  $2 \cdot 2 \cdot 2$

valeur est  $8$



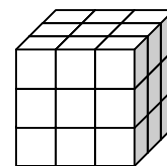
*Compter le nombre de petits cubes  
compris dans le plus grand cube.*

Ex.  $3^3$

**3 au cube**

un cube qui est  $3 \cdot 3 \cdot 3$

la valeur est  $27$



*Compter le nombre de petits cubes  
compris dans le plus grand cube.*

Compléter le tableau.

Puissance	Base	Exposant	Notation développée	Valeur de la puissance
3 au carré				
			$4 \times 4 \times 4$	
2 au cube				
	7	2		
				125
				27
			$8 \times 8$	

## LES EXPOSANTS ET LES PARENTHÈSES – ex. 3 p. 95 3.1

Noter le rôle des parenthèses dans l'utilisation des puissances.

1.  $(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 16$

La parenthèse entoure -2, ce qui signifie que :

- **(-2) est répété 4 fois** ; autrement dit 2 est répété 4 fois et le signe – est répété 4 fois ;
- la base est **-2** ;
- la valeur de la puissance est **16**.

2.  $-2^4 = (-1) \times 2^4 = (-1) \times (2) \times (2) \times (2) \times (2) = -16$

Il n'y a pas de parenthèses dans  $-2^4$ , ce qui signifie que :

- **seulement 2** est **répété 4 fois** ;
  - le signe moins n'est répété qu'une seule fois ;
  - la base est **2** ;
  - la valeur de la puissance est **-16**.
- *Quand on réécrit la question avec parenthèses, (comme en haut), c'est plus claire de voir que c'est une question avec une puissance qui a une base positive, multiplié après par -1 (comme en exemple 3).*

3.  $-(2^4) = ((-1) \times (2) \times (2) \times (2) \times (2)) = (-16) = -16$

Ceci est le même exemple que celui de la question 2 à l'exception des parenthèses. Les parenthèses dans cet exemple entourent toute la puissance. Il y a un négatif avant les parenthèses. En suivant la priorité des opérations, opération dans la parenthèse doit être effectuée en premier. Il faut d'abord calculer la puissance :

- **2** doit être **répété 4 fois** ;
- Le signe – n'est répété qu'une seule fois ;
- La base est **2** ;
- En suivant la priorité des opérations, on multiplie par -1 le résultat du parenthèse (Le négatif avant le parenthèse veut dire qu'on multiplie le résultat du parenthèse par -1).
- La valeur de la puissance est **-16**

## exemples - les puissances à base négative

$$(-2)^4 \quad -2^4 \quad (-2^4) \quad (-2)^3 \quad -(-2)^4$$

Base : \_\_\_\_\_

Nég avant puissance? : \_\_\_\_\_

Mult répétée \_\_\_\_\_

Valeur \_\_\_\_\_

### **\* l'exposant s'applique uniquement à la base qui le précède**

$(-4)^2 \rightarrow$  l'exposant s'applique à -4 (le signe négatif est compris.. la base est -4)

$-4^2 \rightarrow$  l'exposant s'applique à 4 **uniquement** (la base est 4..c'est la même chose que:  $-(4)^2$  ou  $-(4^2)$   
le négatif indique que la valeur de la puissance qui sera négative. Par priorité des opérations, au premier on multiplie le 4 par soi-même deux fois, Ensuite, on prend le négatif de cette réponse.

$$(-4)^2 = (-4)(-4) = 16$$

$$-4^2 = (-)(4)(4) = -(16) = -16$$

### **\*base négative (entre parenthèse) à l'exposant pair $\rightarrow$ réponse positive**

$$(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$$

Donc :

$$(-2)^4 = 16$$

### **\*base négative (parenthèse) à exposant impair $\rightarrow$ réponse négative**

$$(-2)^5 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$$

Donc :

$$(-2)^5 = -32$$

**\*Si le négatif et la base ne sont pas entre parenthèse, la puissance sera **TOUJOURS** négative.**

$$(-2)^0 = 1$$

$$(-2)^1 = -2$$

$$(-2)^2 = 4$$

$$(-2)^3 = -8$$

$$(-2)^4 = 16$$

$$-2^0 = -1$$

$$-2^1 = -2$$

$$-2^2 = -4$$

$$-2^3 = -8$$

$$-2^4 = -16$$

**MCQTS p. 95**

- a) Quelles sont les ressemblances et les différences entre  $(-5)^2$  et  $-5^2$  ?

ressemblances :

différences :

- b) Évalue  $(-6)^2$  et  $(-6)^5$ .



5. Dans les exemples suivants, déterminer ce qui doit être répété lorsqu'on développe la puissance.

a.  $(-2)^3 = ?$  Est-ce que 2 est répété 3 fois ? OUI NON  
Est-ce que le signe – est répété 3 fois ? OUI NON  
Quelle est la base ? \_\_\_\_\_

b.  $-3^5 = ?$  Est-ce que 3 est répété 5 fois ? OUI NON  
Est-ce que le signe – est répété 5 fois ? OUI NON  
Quelle est la base ? \_\_\_\_\_

c.  $-(5)^4 = ?$  Est-ce que 5 est répété 4 fois ? OUI NON  
Est-ce que le signe – est répété 4 fois ? OUI NON  
Quelle est la base ? \_\_\_\_\_

d.  $(-7^3) = ?$  Est-ce que 7 est répété 3 fois ? OUI NON  
Est-ce que le signe – est répété 3 fois ? OUI NON  
Quelle est la base ? \_\_\_\_\_

e.  $((-3)^2) = ?$  Est-ce que 3 est répété 2 fois ? OUI NON  
Est-ce que le signe – est répété 2 fois ? OUI NON  
Quelle est la base ? \_\_\_\_\_

f.  $-(4^3) = ?$  Est-ce que 4 est répété 3 fois ? OUI NON  
Est-ce que le signe – est répété 3 fois ? OUI NON  
Quelle est la base ? \_\_\_\_\_

g.  $-((6)^3) = ?$  Est-ce que 6 est répété 3 fois ? OUI NON  
Est-ce que le signe – est répété 3 fois ? OUI NON  
Quelle est la base ? \_\_\_\_\_

h.  $-2^4 = ?$  Est-ce que 2 est répété 4 fois ? OUI NON  
Est-ce que le signe – est répété 4 fois ? OUI NON  
Quelle est la base ? \_\_\_\_\_

6. Compléter le tableau suivant :

Puissance	Base	Exposant	Notation développée
$4^2$			
			$3 \times 3 \times 3 \times 3$
	-7	2	
			$-5 \times -5 \times -5$
			$(-1) \times (-5) \times (-5)$
$-3^5$			
$(-4)^3$			
			$(-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5)$
	3		$(-1) \times (3) \times (3) \times (3) \times (3)$
			$(-1) \times (-5) \times (-5)$

7. Exprimer ces puissances en notation développée et en déterminer la valeur.

a)  $3^2$  = \_\_\_\_\_

b)  $-3^2$  = \_\_\_\_\_

c)  $(-3^2)$  = \_\_\_\_\_

d)  $(-3)^2$  = \_\_\_\_\_

e)  $3^3$  = \_\_\_\_\_

f)  $-3^3$  = \_\_\_\_\_

g)  $(-3^3)$  = \_\_\_\_\_

h)  $(-3)^3$  = \_\_\_\_\_

8. Soit la puissance  $a^n$  dans laquelle  $a$  est un nombre entier et  $n$ , un nombre entier positif. Déterminer le signe de la valeur de la puissance  $a^n$ , en utilisant la multiplication répétée, si :

1.  $a$  est positif et  $n$  est pair;

2.  $a$  est positif et  $n$  est impair;

3.  $a$  est négatif et  $n$  est pair;

4.  $a$  est négatif et  $n$  est impair.

a. Déterminer le signe de :

a.  $23^{42}$

b.  $(-15)^{20}$

c.  $(-35)^{17}$

d.  $(19)^{32}$

e.  $(-51)^{13}$

f.  $(-27)^{20}$

g.  $-(18)^{12}$

h.  $-19^{32}$

## L'EXPOSANT ZÉRO 3.2 exemple 4 p. 104

Évalue  $3^0$

détermine la régularité

Puissance	Valeur
$3^4$	81
$3^3$	$81 \div 3$
$3^2$	
$3^1$	
$3^0$	

exemples :

$$(4)^0 = 1$$

$$(-4)^0 = 1$$

$$(56257)^0 = 1$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^0 = 1$$

$$-4^0 = -(1) = -1$$

$$(3)^0 = \underline{\quad} \quad 5^0 = \underline{\quad} \quad (346,2)^0 = \underline{\quad} \quad (-5)^0 = \underline{\quad} \quad -6^0 = \underline{\quad}$$

## L'EXPOSANT ZÉRO 3.2 exemple 4 p. 104

1. Compléter les tableaux suivants :

a.

Puissance	$4^5$	$4^4$	$4^3$	$4^2$	$4^1$	$4^0$
Notation dév.	$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$	$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$	$4 \cdot 4 \cdot 4$			1
Valeur	1024	256	64			
		$1024 \div 4$	$256 \div 4$			

Quelle est la valeur de la puissance lorsque l'exposant est 0? \_\_\_\_\_

b.

Puissance	$5^4$	$5^3$	$5^2$	$5^1$	$5^0$
Notation dév.					
Valeur					

Quelle est la valeur de la puissance lorsque l'exposant est 0? \_\_\_\_\_

c.

Puissance	$6^3$	$6^2$	$6^1$	$6^0$
Notation dév.				
Valeur				

Quelle est la valeur de la puissance lorsque l'exposant est 0? \_\_\_\_\_

Compléter la phrase suivante :

La valeur d'une puissance avec un exposant zéro est toujours égale à \_\_\_\_\_.

Donc :  $3^0 =$  \_\_\_\_\_  $5^0 =$  \_\_\_\_\_  $72^0 =$  \_\_\_\_\_  $2009^0 =$  \_\_\_\_\_  $1\,000\,000^0 =$  \_\_\_\_\_

4. Compléter les tableaux suivants :

Puissance	$3^5$	$3^4$	$3^3$	$3^2$	$3^1$	$3^0$
Notation dév.						
Valeur						

Puissance	$-3^5$	$-3^4$	$-3^3$	$-3^2$	$-3^1$	$-3^0$
Notation dév.						
Valeur						

Puissance	$(-3)^5$	$(-3)^4$	$(-3)^3$	$(-3)^2$	$(-3)^1$	$(-3)^0$
Notation dév.						
Valeur						

Puissance	$(3)^5$	$(3)^4$	$(3)^3$	$(3)^2$	$(3)^1$	$(3)^0$
Notation dév.						
Valeur						

Puissance	$-(2)^5$	$-(2)^4$	$-(2)^3$	$-(2)^2$	$-(2)^1$	$-(2)^0$
Notation dév.						
Valeur						

Est-il nécessaire de devoir compléter un tableau comme ceux qui précèdent lorsqu'on doit calculer une puissance du type «  $a^0$  » où «  $a$  » est un nombre entier?

\_\_\_\_\_

5. Compléter le tableau suivant dans lequel «  $a$  » est un nombre entier positif :

Puissance	$a^0$	$-a^0$	$(a)^0$	$(-a)^0$	$-(a)^0$
Valeur					

6. Déterminer la valeur de la puissance.

- a.  $2^0 =$  \_\_\_\_\_      b.  $-(4)^0 =$  \_\_\_\_\_      c.  $(12)^0 =$  \_\_\_\_\_  
d.  $-23^0 =$  \_\_\_\_\_      e.  $(-7)^0 =$  \_\_\_\_\_      f.  $-12^0 =$  \_\_\_\_\_  
g.  $-(9)^0 =$  \_\_\_\_\_      h.  $(-11)^0 =$  \_\_\_\_\_      i.  $-15^0 =$  \_\_\_\_\_

7. Quelle est la valeur de  $10^0$  ? \_\_\_\_\_

- a. 10      b. 1      c. 0      d. 0,1

## L'EXPOSANT ZÉRO 3.2 exemple 4 p. 104

Évalue  $3^0$

détermine la régularité

Puissance	Valeur
$3^4$	81
$3^3$	$81 \div 3$
$3^2$	
$3^1$	
$3^0$	

exemples :

$$(4)^0 = 1$$

$$(-4)^0 = 1$$

$$(56257)^0 = 1$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^0 = 1$$

$$-4^0 = -(1) = -1$$

$$(3)^0 = \underline{\quad} \quad 5^0 = \underline{\quad} \quad (346,2)^0 = \underline{\quad} \quad (-5)^0 = \underline{\quad} \quad -6^0 = \underline{\quad}$$

